

Versão 2.0

BBCE Metodologia de Risco de Mercado

Relatório Técnico nº 03
Metodologia para Análise de Risco
de Portfólio de Energia Multivértices
com GARCH, DCC e t-Student

Controle de Alterações

Versão	Data	Autor	Principais Alterações
1.0	11/07/2025	Marcos Basile Saviano de Paula	Versão Original
1.0	15/07/2025	Sérgio Baldo Júnior	Versão Original
1.0	16/07/2025	Brenda Marcello Schmidt	Versão Original
1.0	18/07/2025	Ewerton Guarnier	Revisão
1.0	18/07/2025	Donato da Silva Filho	Aprovação
2.0	02/09/2025	Marcos Basile Saviano de Paula	Inclusão das contribuições à Chamada ao Mercado aceitas
2.0	03/09/2025	Ewerton Guarnier	Revisão
2.0	03/09/2025	Donato da Silva Filho	Aprovação

Sumário Executivo

O Presente documento, tem por objetivo expor a metodologia de avaliação de risco para os portfólios de negociação de energia na plataforma da BBCE, buscando robustez, transparência e alinhamento às melhores práticas internacionais, e, ao mesmo tempo, refletindo as particularidades do setor elétrico brasileiro após realização de Chamada ao Mercado.

A iniciativa busca promover maior segurança nas transações, reduzir assimetrias informacionais, fomentar a entrada de novos agentes e fortalecer a credibilidade

da BBCE como referência técnica no mercado.

O Capítulo 1 faz um resumo do mercado de energia brasileiro, além de realizar uma revisão de conceitos de Marcação a Mercado e Riscos.

O Capítulo 2 detalha a metodologia de mensuração de riscos proposta para a plataforma da BBCE.

Por fim, o Capítulo 3 descreve brevemente a ferramenta “BBCE Risk”, em anexo a este relatório técnico, a qual serve de base e apoio para este documento.

Palavras-chaves: Metodologia de Riscos, Riscos de Mercado, Mercado de Energia Brasileiro, Regulação do setor elétrico.

Índice

<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	<u>9</u>
<u>1. O MERCADO DE ENERGIA BRASILEIRO</u>	<u>10</u>
<u>2. MARCAÇÃO A MERCADO.....</u>	<u>17</u>
<u>3. RISCO DE MERCADO</u>	<u>21</u>
<u>3.1. VOLATILIDADE</u>	<u>22</u>
<u>3.2. VALUE AT RISK (VAR).....</u>	<u>23</u>
<u>3.3. VAR HISTÓRICO.....</u>	<u>23</u>
<u>3.4. VAR PARAMÉTRICO.....</u>	<u>24</u>
<u>3.5. CONDITIONAL VALUE AT RISK (CVAR).....</u>	<u>24</u>
<u>3.6. CÁLCULO DE RISCO DE CARTEIRAS - MODELO DE MARKOWITZ</u>	<u>25</u>
<u>3.7. STRESS TESTING</u>	<u>26</u>
<u>3.8. ASPECTOS COMPLEMENTARES NA AVALIAÇÃO DE RISCO DE MERCADO</u>	<u>27</u>
<u>3.8.1. LIQUIDEZ E HOLDING PERIOD</u>	<u>28</u>

3.8.2. DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES	28
3.8.3. BACKTEST PARA AVALIAR A MÉTRICA ESCOLHIDA.....	30
CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA.....	33
1. CÁLCULO DA VOLATILIDADE DE CADA VÉRTICE VIA GARCH(1,1).....	34
2. CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA VIA DCC-GARCH	35
3. DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES	37
3.1. ESCOLHA E FORMULAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO T-STUDENT	37
3.2. MATRIZES DE HOLDING PERIOD	39
4. CÁLCULO DA VARIÂNCIA DO PORTFÓLIO - TEORIA DE MARKOWITZ COM MATRIZ DE HOLDING PERIODS	41
5. CÁLCULO DO VAR E DO CVAR.....	42
6. LIMITES REGULATÓRIOS DO PLD	43
7. BACKTESTING	44
7.1. MÉTODO DE KUPIEC	46
7.2. MÉTODO DE CHRISTOFFERSEN.....	47

8. CALIBRAGEM DOS PARÂMETROS DE GARCH E T-STUDENT	49
9. ASSIMETRIA DAS DISTRIBUIÇÕES DE RETORNO E SKEWNESS	51
10. METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO DE RISCO DA INFLAÇÃO	52
10.1. CÁLCULO DA VARIÂNCIA COM TEORIA DE MARKOWITZ	53
10.2. ESTIMATIVA DO VAR E CVAR DE INFLAÇÃO	53
11. CÁLCULO DO RISCO COMBINADO DE INFLAÇÃO E ENERGIA.....	54
12. TENTATIVA DE “CHOQUE REALISTA” NA FORWARD DO NORDESTE (FWD NE) 54	
12.1. RESULTADOS EMPÍRICOS (COM BASE NOS DADOS HORÁRIOS DE PLD DE 2020 A 2023 E APLICAÇÃO PARA 2024-2025):	55
12.2. RECOMENDAÇÃO SOBRE O RISCO DE SUBMERCADO	56
CAPÍTULO 3 - FERRAMENTA PROTÓTIPO	57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	59

Capítulo 1

Introdução

A Etapa 4 deste projeto tem como objetivo descrever, de forma detalhada, a metodologia desenvolvida para a avaliação de risco dos portfólios de negociação de energia na plataforma da BBCE.

A metodologia foi criada buscando complexidade suficiente para representar os principais fatores de riscos envolvidos nas operações realizadas na plataforma da BBCE, ao mesmo tempo que se prezou pela garantia de ampla reprodutibilidade por parte dos agentes, comprovando tal fato pela disponibilização da ferramenta “BBCE Risk”, contendo toda a metodologia implementada em Microsoft Excel para uma amostra de portfólio, em anexo a este relatório.

Considerando a complexidade conceitual envolvida e a necessidade de embasar os apontamentos com fatos e dados concretos, esta seção apresenta as principais estruturas do Mercado de Energia Elétrica no Brasil, o conceito de marcação a mercado e os fundamentos relacionados aos riscos de mercado que são tratados ao longo deste relatório.

Para garantir uma compreensão sólida da proposta metodológica que será apresentada nos capítulos seguintes, este capítulo tem por finalidade contextualizar o ambiente em que os agentes operam, destacando as dinâmicas comerciais, regulatórias e financeiras que influenciam diretamente a exposição ao risco. Serão discutidos, ainda, os mecanismos de precificação, os tipos de produtos negociados, os agentes participantes do mercado e a importância da adoção de métricas de risco consistentes.

Além disso, busca-se introduzir os conceitos fundamentais que

servirão de base para a construção da ferramenta de análise, tais como volatilidade, liquidez, distribuição de retornos, testes de estresse e métodos de *backtesting*.

1. O Mercado de Energia Brasileiro

O Brasil possui dimensões continentais e uma atividade econômica distribuída por todo o seu território, o que impulsionou, ao longo das últimas décadas, o expressivo crescimento do Sistema Interligado Nacional (SIN).

Os recursos naturais para geração de energia estão presentes em diferentes regiões do país: há bons regimes de ventos no Nordeste e no Sul, altos índices de irradiação solar no Nordeste e em partes do Sudeste, além de significativo potencial hidrelétrico nas regiões Norte e Sudeste, entre outros.

Como as principais cargas de consumo concentram-se na região Sudeste, o maior centro industrial e financeiro do país, foi necessário o desenvolvimento de um extenso sistema de transmissão, que atualmente atinge cerca de 180.000 km, segundo o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS)¹.

No que se refere à produção de energia, a matriz elétrica brasileira é altamente diversificada, com predominância de fontes renováveis. De acordo com o ONS, a principal fonte é a hidráulica, que em 2025 representa 45% da capacidade instalada, totalizando 108 GW. Essa dependência das usinas hidrelétricas contribui significativamente para a sensibilidade do sistema elétrico às variações nos regimes de chuvas e vazões, o que influencia diretamente a volatilidade dos preços.

A configuração atual da matriz elétrica e as projeções de capacidade

¹ [ons.org.br](https://www.ons.org.br)

instalada até 2029 são ilustradas na Figura 1.

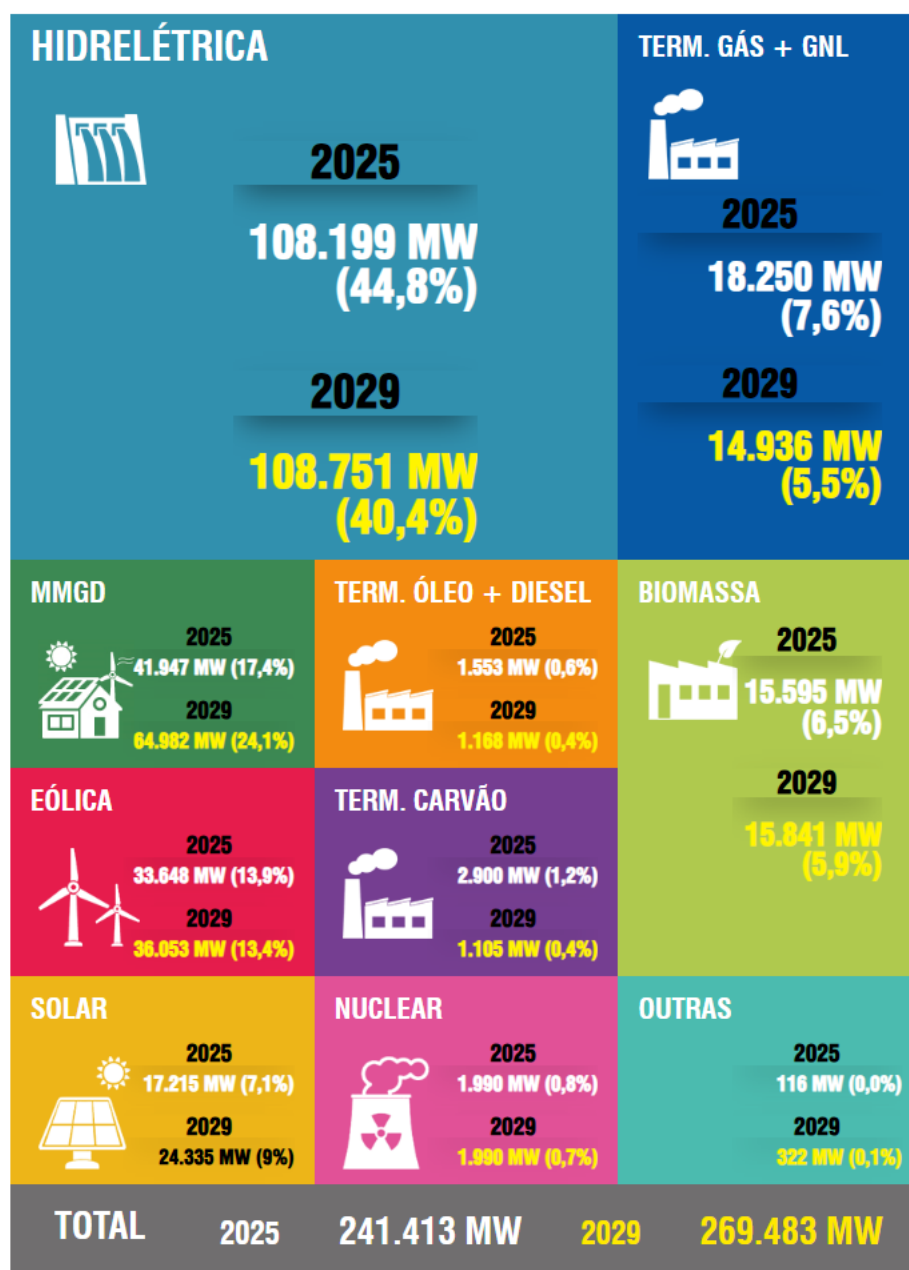


Figura 1 - Matriz Elétrica Brasileira - Sistema Interligado Nacional 2025 e 2029

Em 2024, a carga de energia elétrica no Brasil atingiu 80 GW médios (GWm), o maior valor já registrado na história do país.

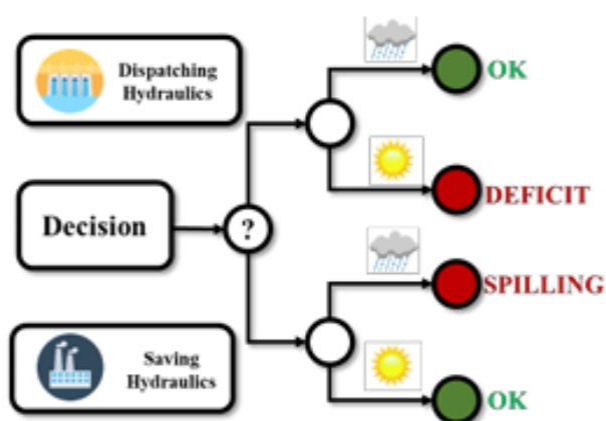
O ONS é responsável pela operação do SIN, realizando a medição da carga e dos fatores locais para o despacho das usinas com base na ordem de mérito de custo de produção. Com foco na minimização dos custos operacionais, diversos modelos matemáticos foram desenvolvidos pelo

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL)² ao longo das últimas décadas, com o objetivo de representar o sistema de forma abrangente e apoiar o processo decisório do ONS [1].

Entre os principais modelos utilizados destaca-se o NEWAVE, empregado como primeira etapa de uma cadeia de modelos. Ele tem por objetivo minimizar os custos de produção para atender à carga prevista em uma base mensal, considerando tanto os custos futuros, associados ao valor da água armazenada nos reservatórios, quanto os custos imediatos, como o despacho de usinas térmicas. O modelo projeta cenários com horizonte de até cinco anos e gera como saída 2.000 séries temporais de Custo Marginal de Operação (CMO).

O modelo NEWAVE utiliza uma representação agregada dos reservatórios brasileiros por meio de equivalentes energéticos, o que simplifica o sistema e reduz a complexidade computacional. No entanto, essa simplificação pode introduzir limitações em atividades de planejamento e operação mais detalhadas.

O processo decisório do modelo NEWAVE é ilustrado na Figura 2, extraída de [2], destacando-se o objetivo de evitar tanto déficits energéticos futuros quanto vertimentos desnecessários.



² [CEPEL](#)

Figura 2 - Esquema decisório de despacho no modelo NEWAVE

Para melhorar a representação do sistema elétrico, os resultados do modelo NEWAVE são utilizados como entrada no modelo DECOMP, que opera em uma base semanal e apresenta maior nível de detalhamento, considerando individualmente cada usina do sistema. Suas projeções se estendem até o final do mês seguinte, com uma solução mais precisa para a semana operativa imediatamente à frente.

Na sequência, os resultados do DECOMP alimentam o modelo DESSEM, que opera com resolução semi-horária e representa cada unidade geradora de forma individualizada, incorporando variáveis de *Unit Commitment* (comprometimento de unidades geradoras). O DESSEM fornece projeções semi-horárias para o dia seguinte e resultados agregados até o final da semana em análise.

Todos esses modelos têm como principal resultado o CMO — valor que representa o custo de produção do próximo megawatt-hora (MWh) necessário para atender à demanda. Esse custo é a principal entrada, em formato simplificado, utilizada pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE)³, que é a entidade responsável por calcular os preços do Mercado de Curto Prazo, denominados Preços de Liquidação das Diferenças (PLD).

O Mercado de Curto Prazo opera como um mercado centralizado de liquidação de diferenças. Nele, todos os excedentes e déficits acumulados até a execução dos contratos, isto é, as diferenças entre os recursos disponíveis e os requisitos de energia contratados, são compensados com base no CMO vigente, respeitando os limites regulatórios estabelecidos pela

³ [CCEE](#)

Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL)⁴.

O modelo DESSEM possui capacidade de calcular o CMO de forma locacional, isto é, por barra do sistema — pontos de conexão das usinas à rede de transmissão. No entanto, para fins de oficialização e cálculo dos PLDs, o sistema é dividido em quatro grandes zonas de preço, conhecidas como subsistemas: Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N), conforme ilustrado na Figura 3.



Figura 3 - Subsistemas elétricos no SIN

Em função das fronteiras elétricas e das limitações no escoamento de potência pelas linhas de transmissão do SIN, não é possível garantir a plena integração do sistema. Dessa forma, as curvas locais de oferta e demanda podem não coincidir, gerando risco de descolamento entre os CMOs e, conseqüentemente, entre os PLDs, nos diferentes subsistemas. No mercado de energia, é comum referir-se aos subsistemas como submercados.

No Brasil, coexistem dois ambientes de contratação no setor elétrico:

⁴ [ANEEL define Tarifas de Energia de Otimização, de Serviços Ancilares e PLD para 2025 – Agência Nacional de Energia Elétrica](#)

o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL).

No ACR, os consumidores cativos, especialmente aqueles atendidos em baixa tensão e demais consumidores não habilitados pela regulamentação vigente (Portaria Normativa MME nº 50/2022⁵ e Medida Provisória nº 1300/2025⁶), devem adquirir energia diretamente das distribuidoras locais. Estas, por sua vez, contratam energia por meio de leilões regulados ou de geradores alocados em regimes específicos (como cotas de Garantia Física, Itaipu e Eletronuclear).

Em contraste, o ACL permite a livre comercialização de energia, possibilitando que consumidores livres adquiram energia diretamente de agentes de comercialização ou de geração, conforme as regras de acesso. Para consumidores com demanda inferior a 500 kW, o acesso ao mercado livre ocorre exclusivamente por meio de comercializadores varejistas.

Todos os agentes participantes do mercado brasileiro de energia podem ser classificados como: geradores, consumidores (livres ou regulados), distribuidoras, autoprodutores, agentes de transmissão ou comercializadoras. Em particular, geradores e comercializadoras podem firmar contratos de energia de forma livre, com diferentes prazos: curto, médio ou longo.

No curto prazo, isto é, para contratos com início de vigência nos próximos meses, os preços são fortemente influenciados pelas condições operacionais do sistema. Isso ocorre devido ao *trade-off* típico do mercado de curto prazo, em que o custo marginal e os fatores que o afetam exercem influência direta na formação de preços.

Com o objetivo de organizar e facilitar a negociação no Ambiente de Contratação Livre, principalmente para contratos a termo, foi fundada em

⁵ [Portaria Normativa Nº 50/GM/MME, de 27 de setembro de 2022](#)

⁶ [Medida Provisória Nº 1300/2025, de 21 de maio de 2025](#)

2012 uma plataforma independente de negociação: o Balcão Brasileiro de Comercialização de Energia (BBCE)⁷.

Desde 2016, a BBCE vem crescendo de forma acelerada, configurando-se como o principal mercado de contratos a termo do mercado livre de energia atualmente, impulsionada pela migração de consumidores para o mercado livre e pelas mudanças regulatórias que permitiram maior liberdade de escolha aos consumidores. Atualmente, todos os consumidores atendidos em alta tensão (Grupo A) estão aptos a participar do mercado livre de energia. Esse movimento trouxe maior liquidez e melhor qualidade nos dados de preços gerados pela plataforma.

Os produtos de energia comercializados variam não apenas quanto ao prazo de entrega (vigência) e ao submercado de referência (espacialidade), mas também quanto ao tipo de energia negociada⁸.

Considerando alguns critérios regulatórios, geradores renováveis, como usinas eólicas, solares, de biomassa e Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs), oferecem energia com desconto nas tarifas de transporte⁹. Esse benefício, normalmente de 50%, é repassado aos compradores da energia, resultando no que se denomina Energia Incentivada. Esta, por sua vez, é subdividida conforme o percentual de desconto concedido.

Em contraste, grandes usinas hidrelétricas e termelétricas geram Energia Convencional, que não possui direito ao referido desconto nas tarifas de uso do sistema de transmissão (TUST/TUSD).

A coexistência desses dois tipos de energia, incentivada e convencional, faz com que a Energia Incentivada seja frequentemente negociada com *Spreads* de mercado, refletindo o benefício econômico advindo do menor custo global para o consumidor, mesmo após ajustes de

⁷ [Balcão Brasileiro de Comercialização de Energia \(BBCE\)](#)

⁸ [Tipos de Energia](#)

⁹ [Lei 9427/1996](#)

preço.

Adicionalmente, a classificação entre Energia Especial e Energia Não Especial depende da potência injetada pelas usinas na rede. Essas categorias definem se a energia terá ou não direito ao desconto nas tarifas de transporte.

Um aspecto regulatório relevante é o monitoramento da suficiência de lastro realizado pela CCEE, que verifica se cada agente possui contratos equivalentes à sua carga projetada em uma janela de 12 meses. Esse monitoramento ocorre separadamente para Energia Especial e Energia Não Especial. Assim, os agentes devem observar o risco de Penalidade por Insuficiência de Lastro¹⁰ de forma segregada, além de atentar para os riscos de variação nos spreads de mercado, especialmente considerando a liquidez dos produtos disponíveis para mitigar tais riscos.

2. Marcação a Mercado

Marcação a Mercado, ou *Mark-to-Market* (MtM), é uma prática contábil que consiste no ajuste periódico e sistemático dos valores de ativos e passivos mantidos nas carteiras das empresas, de forma a refletir os preços praticados em mercado em um dado momento.

Ao promover esses ajustes regulares, o MtM permite que os demonstrativos financeiros reflitam as flutuações de valor dos instrumentos financeiros em função das condições de mercado. Essa prática é fundamental para a avaliação precisa da situação financeira de uma entidade, especialmente em mercados com alta volatilidade, como o mercado de energia, onde os preços podem variar de forma significativa em curtos intervalos de tempo.

¹⁰ [CCEE – Penalidades de Energia 2024.1.0](#)

O conceito de Preço Justo é central para a aplicação do MtM, sendo definido internacionalmente pela norma IFRS 13 – *International Financial Reporting Standard 13*¹¹. A IFRS 13 define o preço justo como o valor pelo qual um ativo pode ser negociado, ou um passivo liquidado, entre participantes do mercado, de forma não forçada e em condições normais, refletindo transações reais e observáveis.

A mensuração do Preço Justo deve considerar diversos fatores, como características específicas do ativo, restrições contratuais, fatores locacionais, entre outros. No contexto do mercado de energia, os fatores locacionais dizem respeito ao submercado de negociação, enquanto as restrições referem-se a aspectos como faixas de flexibilidade, sazonalização e modulação dos contratos.

Para que a mensuração do MtM seja válida, a transação deve ser avaliada no mercado principal do ativo ou passivo ou, na ausência deste, no mercado mais vantajoso disponível, desde que a entidade tenha acesso a esse mercado na data da medição.

A IFRS 13 estabelece uma hierarquia do valor justo, classificando os insumos utilizados na mensuração em três níveis, com o objetivo de assegurar transparência e consistência na aplicação da metodologia. São eles:

- **Nível 1:** Preços cotados em mercados ativos para ativos ou passivos idênticos. Representam o maior grau de confiabilidade, pois são baseados em transações realizadas em mercados amplamente acessíveis e com alta liquidez.
- **Nível 2:** Preços ou dados observáveis para ativos ou passivos semelhantes, ajustados para refletir características específicas, como localização, restrições contratuais ou risco de contraparte

¹¹ [IFRS 13 Mensuração do Valor Justo](#)

(especialmente em mercados sem câmara de compensação). Tais dados podem ser derivados de mercados menos líquidos ou de modelos de precificação com insumos observáveis.

- **Nível 3:** Insumos não observáveis, baseados em premissas e estimativas internas da entidade. Utilizados quando não há dados de mercado disponíveis, exigem ampla divulgação das suposições adotadas e de como essas impactam a avaliação final.

A utilização dos preços “**BID**” e “**ASK**” é prática comum na marcação a mercado de ativos financeiros, como ações, commodities e derivativos, sendo expressamente tratada pela IFRS 13. Esses preços refletem a dinâmica de oferta e demanda do mercado:

- **Preço ASK** (*preço de venda*): é o valor mínimo pelo qual um vendedor está disposto a vender um ativo;
- **Preço BID** (*preço de compra*): é o valor máximo que um comprador está disposto a pagar por um ativo.

A marcação de contratos futuros de energia elétrica representa um exemplo prático do uso de preços BID e ASK. Em mercados líquidos, esses preços são amplamente observáveis e utilizados diretamente para a determinação do valor justo.

Por outro lado, em mercados com menor liquidez, o uso direto de preços BID e ASK pode ser prejudicado pela presença de prêmios de liquidez, que ampliam a diferença entre esses dois valores. Nesses casos, recomenda-se utilizar como referência os preços de transações recentes para determinar o valor justo de forma mais representativa.

Em mercados de energia estruturados e com diferentes graus de maturidade, é comum a divulgação de curvas de preços futuros como referência, baseadas em contratos efetivamente negociados ou em indicações de mercado.

As curvas *forward*, por refletirem negociações contínuas de diversos produtos no mercado, constituem uma base imediata e amplamente aceita para fins de marcação a mercado. Quando utilizadas de forma robusta e com dados suficientemente representativos, sua aplicação pode aproximar o processo de MtM dos critérios exigidos para classificação nos níveis 1 ou 2 da IFRS 13.

No Mercado Livre de Energia brasileiro, a principal fonte utilizada e aceita para curvas *forward* é a plataforma BBCE¹². Desde 2015, a BBCE, enquanto plataforma de balcão organizado para compra e venda de energia elétrica, disponibiliza diariamente aos seus membros uma curva *forward* de preços, reconhecida como uma das principais referências de preço justo no mercado. Um exemplo da curva *forward* gerada pela BBCE é representada na Figura 4.

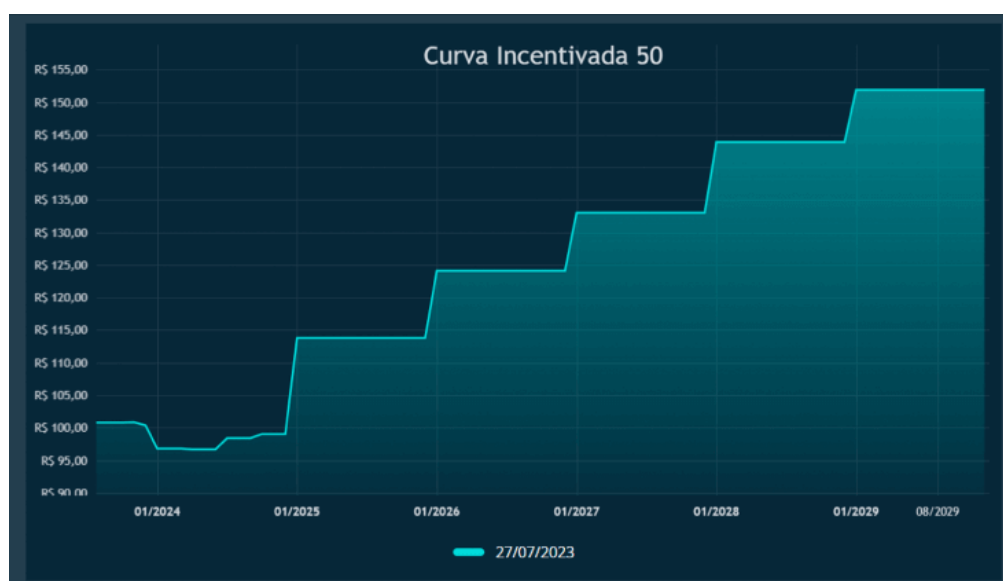


Figura 4 - Curva Forward BBCE.

São cotados preços de energia desde o mês corrente (M+0) até vinte anos à frente (A+20), abrangendo os quatro submercados (SE/CO, S, NE, N) e as duas principais classificações de fonte de energia: convencional e

¹² [BBCE Curva Forward](#)

incentivada com 50% de desconto. A metodologia de cálculo da curva, ilustrada na Figura 5, segue uma lógica sequencial, em que cada etapa é executada apenas quando a etapa anterior não apresenta dados suficientes.

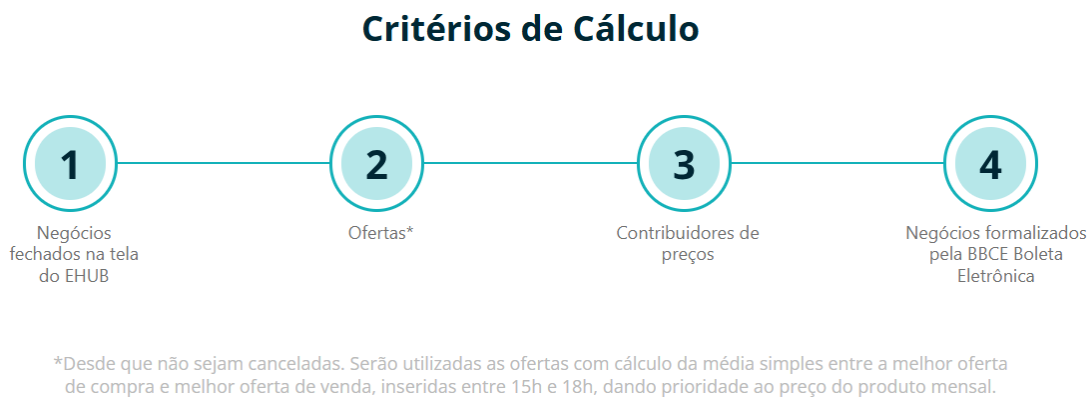


Figura 5 - Metodologia de cálculo da forward pela BBCE.

Vale destacar que a BBCE não atua como contraparte central. Portanto, os preços indicados na curva *forward* podem não ser aplicáveis de forma direta a todas as entidades, especialmente em função dos limites de risco de contraparte estabelecidos por políticas internas e processos de análise de crédito da plataforma.

Além disso, os contratos com vértices mais distantes no tempo, os referentes a submercados distintos do Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO) ou ligados a fontes diferentes da energia convencional, tendem a ser menos representativos na base de dados da BBCE, podendo, assim, apresentar maior desvio em relação à realidade de mercado.

3. Risco de Mercado

No mercado de energia, a análise de volatilidade e risco deve considerar as particularidades do setor. Os preços da energia são fortemente influenciados por variáveis externas, como condições climáticas, mudanças regulatórias e flutuações nos níveis de oferta e demanda. Além disso, os contratos de

energia apresentam características específicas — como contratos futuros, estruturados ou de longo prazo — que exigem abordagens diferenciadas na gestão de riscos.

A modelagem de riscos no setor de energia também envolve incertezas relacionadas à capacidade de geração, à rede de transmissão e à variabilidade da demanda. Tais incertezas tornam a análise mais complexa do que nos mercados financeiros tradicionais.

A seguir, são apresentados os principais conceitos utilizados na análise de risco de mercado, com foco nas métricas de volatilidade, *Value at Risk* (VaR), *Conditional Value at Risk* (CVaR) e no modelo de *Markowitz* para otimização de portfólios.

3.1. Volatilidade

A volatilidade [3], geralmente calculada a partir do desvio padrão dos retornos, é uma medida estatística fundamental para análise de risco. Ela expressa a dispersão dos retornos de um ativo ou portfólio em relação à sua média.

No contexto dos mercados financeiro e de energia, a volatilidade é uma ferramenta essencial para avaliar a variabilidade dos preços, especialmente relevante em mercados voláteis como o de energia elétrica, onde fatores como clima e oferta/demanda podem alterar rapidamente os preços.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2}$$

Onde:

- r_i é o retorno no período i ;

- $\bar{r}$ é o retorno médio;
- N é o número total de observações.

3.2. **Value at Risk (VaR)**

O Value at Risk (VaR) [3] é uma métrica amplamente empregada para quantificar a perda potencial de um portfólio de ativos dentro de um determinado intervalo de confiança, em um horizonte temporal definido (*holding period*).

De forma geral, o VaR responde à pergunta: "*Qual é a perda máxima esperada, com um determinado nível de confiança, em um dado período?*".

Existem dois tipos de abordagens para o cálculo do VaR que podem ser considerados em um processo de Gestão de Riscos, sendo:

3.3. **VaR Histórico**

O VaR histórico [3] é uma abordagem empírica que utiliza os dados observados de retornos passados para estimar a perda máxima esperada. Seu cálculo envolve:

- Organizar os retornos históricos em ordem crescente;
- Determinar o percentil correspondente ao nível de confiança desejado (por exemplo, o percentil 5% para um nível de confiança de 95%);
- O VaR será o valor correspondente a esse percentil inferior.

Essa abordagem tem a vantagem de não assumir uma distribuição específica para os retornos, mas depende fortemente da representatividade do histórico utilizado.

3.4. VaR Paramétrico

O VaR paramétrico [4], por outro lado, assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal. Isso permite que o cálculo seja feito por meio de fórmulas fechadas, utilizando a média e o desvio padrão dos retornos.

$$VaR = Z \times \sigma \times \sqrt{T}$$

Onde:

- Z é o valor da tabela da distribuição normal para o nível de confiança (por exemplo, 1,645 para 95%);
- σ é a volatilidade do ativo ou portfólio;
- T é o horizonte temporal, em dias úteis – Caso os retornos sejam diários para cálculo da volatilidade e se deseja converter para semanal, T=5.

Embora mais simples e eficiente computacionalmente, esse método pode ser impreciso em situações em que os retornos apresentam assimetrias ou caudas pesadas.

3.5. Conditional Value at Risk (CVaR)

O Conditional Value at Risk (CVaR) [5, 6], também conhecido como *Expected Shortfall* (ES), é uma métrica que mede a perda esperada além do VaR, ou seja, nas situações em que as perdas superam o limite indicado pelo VaR.

Por capturar as caudas da distribuição de perdas, o CVaR é considerado uma métrica mais robusta que o VaR, especialmente em contextos em que eventos raros e de grande impacto são relevantes, como ocorre frequentemente no setor de energia.

O CVaR corresponde à média das piores perdas $(1 - \alpha)$, sendo formalmente definido por:

$$CVaR = \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \int_{\alpha}^1 VaR_x \cdot f(x) \cdot dx$$

Onde:

- α é o nível de confiança;
- VaR_x é o Value at Risk para o nível de confiança x , isto é, valor da perda que ocorre com probabilidade de $1 - x$;
- $f(x)$: é a função de densidade de probabilidade da distribuição dos retornos do ativo ou portfólio.

3.6. Cálculo de Risco de Carteiras - Modelo de Markowitz

A Teoria de Portfólio de Markowitz [7] é um modelo clássico para otimizar a relação entre risco e retorno de uma carteira de ativos, por meio da diversificação. Ao combinar ativos com diferentes perfis de risco e correlação, é possível reduzir a variância total da carteira, mesmo que alguns ativos isoladamente apresentem alta volatilidade.

Retorno Esperado do Portfólio:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

Onde w_i é o peso do ativo i no portfólio, e $E(R_i)$ é o retorno esperado do ativo i .

Variância do Portfólio:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Onde σ_{ij} é a covariância entre os ativos i e j .

Markowitz demonstrou que a variância da carteira pode ser reduzida se os ativos não forem perfeitamente correlacionados. A otimização consiste em identificar a combinação ótima de ativos que minimiza o risco (variância) para um dado retorno esperado.

3.7. *Stress Testing*

O principal objetivo do *stress testing* [8] é avaliar a resistência e a resiliência de um sistema, organização ou portfólio diante de eventos adversos. Essa prática permite identificar fragilidades que podem não ser perceptíveis em condições normais, simulando o impacto de mudanças extremas, como choques de mercado, falhas operacionais graves ou crises econômicas.

Os testes de estresse quantitativos baseiam-se em modelos matemáticos e estatísticos para simular cenários extremos. Utilizam dados históricos e atuais para gerar projeções financeiras que estimam o impacto de choques sobre o desempenho de ativos ou carteiras. Exemplos incluem:

- **Modelos de Preço de Ativos:** Avaliam o impacto de uma queda abrupta no preço de um ativo específico (como uma ação ou título) sobre o valor total da carteira;
- **Simulação de Monte Carlo[9]:** Técnica que gera múltiplos cenários de preços e variáveis econômicas para estimar a distribuição de resultados futuros e o risco envolvido.

Os testes de estresse qualitativos, por sua vez, envolvem a formulação de cenários hipotéticos com base em eventos subjetivos e não recorrentes, que muitas vezes não podem ser facilmente modelados quantitativamente.

Exemplos incluem:

- Crises Políticas ou Econômicas Globais: Simulam cenários de instabilidade política e econômica que afetam os mercados globalmente, reduzindo a confiança dos investidores e impactando a atividade produtiva;
- Pandemias ou Desastres Naturais: Avaliam o impacto de eventos de grande magnitude, como uma pandemia global ou um terremoto, que paralisam cadeias produtivas e econômicas.

Além disso, é possível utilizar cenários históricos para construção de testes de estresse. Nessa abordagem, eventos extremos passados, porém plausíveis, são utilizados como base para simular a reação de um sistema ou organização. No setor elétrico brasileiro, destacam-se como exemplos as crises hidrológicas de 2013/2014 e 2021.

Por fim, podem ser desenvolvidos cenários inéditos e prospectivos, baseados em projeções de eventos ainda não ocorridos. Embora envolvam certo grau de especulação, esses testes são úteis para antecipar riscos não capturados por dados históricos ou modelos quantitativos tradicionais, como, por exemplo, os impactos esperados da transformação da matriz elétrica sobre os preços de energia.

3.8. Aspectos Complementares na Avaliação de Risco de Mercado

Além da construção de cenários adversos e análises de resiliência, outras abordagens complementares são fundamentais para a avaliação de risco de mercado. Entre elas, destacam-se aspectos relacionados à liquidez dos produtos, à distribuição das probabilidades de retorno e à validação estatística das métricas adotadas por meio de *backtesting*. Esses elementos são detalhados a seguir.

3.8.1. Liquidez e Holding Period

A liquidez dos produtos é refletida nos volumes diários negociados no mercado. Em situações nas quais se faz necessário reduzir rapidamente uma exposição, o agente pode incorrer em um prêmio de liquidez considerável, especialmente em momentos de menor profundidade de mercado.

O *holding period*, ou período de retenção, pode variar conforme o tipo de produto ou o vértice considerado. Por exemplo, reduzir uma exposição em uma semana no produto M+1 é mais plausível do que fazer o mesmo para uma posição no produto A+1 no mesmo intervalo de tempo.

Essa diferença torna-se evidente ao se analisar os volumes médios negociados diariamente na BBCE, em janelas móveis de 12 meses, conforme ilustrado na Figura 6.

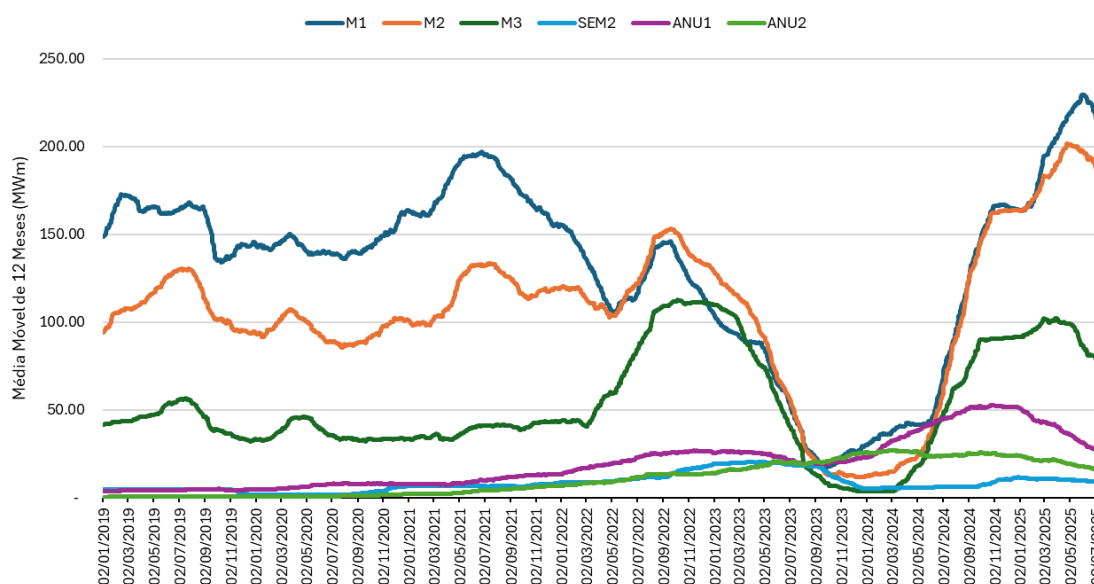


Figura 6 – Média Móvel de 12 meses de volume negociado na BBCE.

3.8.2. Distribuição de Probabilidades

Os riscos de preços de energia podem ser modelados assumindo uma distribuição normal. No entanto, o comportamento real das séries de

retornos pode divergir significativamente dessa hipótese, o que torna a adoção exclusiva do *Value at Risk* (VaR) paramétrico uma abordagem potencialmente limitada na mensuração de riscos.

Esse desvio é evidenciado, por exemplo, no caso do produto M+3. Como mostrado na Figura 7, o percentil de 95% dos retornos, considerando uma aproximação normal, é de R\$ 20,79/MWh. No entanto, a distribuição empírica dos retornos aponta um valor de R\$ 29/MWh para o mesmo percentil.

A discrepância é ainda mais acentuada quando se analisa o *Conditional Value at Risk* (CVaR), também com intervalo de confiança de 95%. Nesse caso, o CVaR calculado com base na distribuição normal é de R\$ 29,40/MWh, enquanto o valor obtido a partir da distribuição empírica alcança R\$ 50,16/MWh. Isso revela a presença de eventos extremos com impacto significativo, frequentemente subestimados por métricas baseadas em distribuições normalizadas.

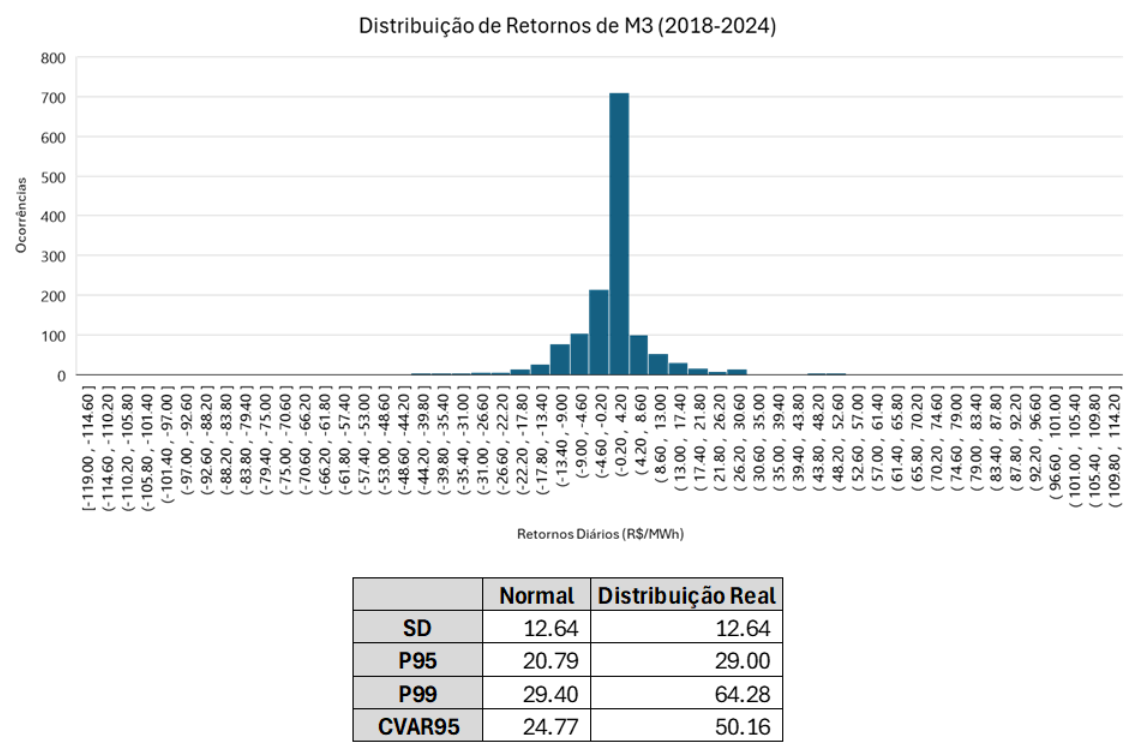


Figura 7 - Distribuição de Probabilidades de retornos de M+3 e Métricas de Risco.

3.8.3. Backtest para avaliar a métrica escolhida

A escolha de uma métrica de risco deve estar acompanhada de um processo contínuo de *backtesting*, permitindo a avaliação periódica de sua aderência ao apetite de risco da organização.

Tomando novamente o produto M+3 como exemplo, é possível comparar a performance do VaR Paramétrico (percentil 95% com distribuição normal), do VaR Histórico (P95) e do CVaR ao longo do tempo. A análise revela que o VaR Paramétrico não respeitou consistentemente o intervalo de confiança de 95%, tendo efetivamente operado com um nível inferior, de aproximadamente 93%, conforme evidenciado na Figura 8.

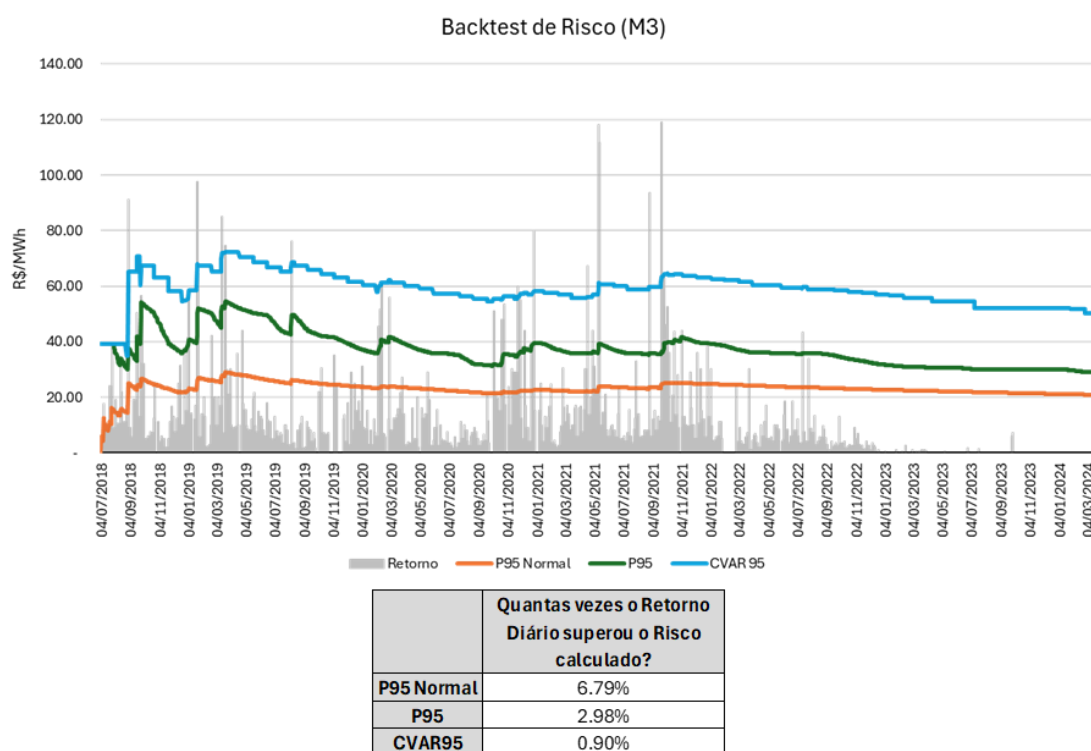


Figura 8 – Backtesting de Exceções – Exemplo de M3.

Os três aspectos apresentados – liquidez, forma empírica das distribuições e validação das métricas – são fundamentais para o aprimoramento da gestão de risco no mercado livre de energia. A

consideração da liquidez permite reconhecer as limitações operacionais na execução de estratégias de mitigação, especialmente em vértices com menor profundidade de mercado. A análise empírica das distribuições, por sua vez, evidencia a presença de caudas pesadas e eventos extremos subestimados por abordagens paramétricas tradicionais, como o VaR normal. Já o *backtesting* atua como uma ferramenta indispensável de controle de qualidade, permitindo verificar a aderência das métricas escolhidas ao apetite de risco e à realidade do mercado.

Portanto, a adoção de uma abordagem integrada, que contemple essas dimensões, é essencial para que os modelos de avaliação de risco sejam robustos, realistas e alinhados às melhores práticas de mercado.

Capítulo 2

Metodologia

Este capítulo apresenta, de forma estruturada, a metodologia desenvolvida para avaliação do risco de mercado dos portfólios de negociação de energia na plataforma da BBCE. A abordagem proposta combina modelos estatísticos com fundamentos da teoria moderna de portfólios, respeitando as especificidades do mercado de energia elétrica brasileiro, especialmente no que se refere à liquidez, estrutura de preços e restrições regulatórias.

O processo metodológico foi concebido de forma modular, permitindo uma análise robusta e flexível dos riscos envolvidos. A primeira etapa consiste na modelagem da volatilidade de cada vértice da curva de preços de energia, utilizando o modelo GARCH(1,1) [10], amplamente empregado em séries temporais financeiras. Em seguida, é estimada a matriz de covariância dinâmica por meio do modelo DCC-GARCH [11], capturando as mudanças de covariância entre diferentes vértices ao longo do tempo.

Para representar adequadamente a distribuição dos retornos, optou-se pela distribuição t-Student [12, 13], cuja formulação é discutida na sequência. A partir da matriz de covariância e da distribuição assumida, é calculada a variância dos portfólios com base na teoria de Markowitz, ajustada por uma matriz de *holding periods* que reflete as condições de liquidez dos diferentes produtos.

Com esses insumos, são estimadas as métricas de Value-at-Risk (VaR) e Conditional Value-at-Risk (CVaR), levando em consideração os limites regulatórios do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), que impõem barreiras relevantes à avaliação de risco. A metodologia também contempla a recomendação de periodicidade de calibragem dos parâmetros do GARCH,

t-Student e das matrizes de *holding period*, bem como a aplicação de backtest de exceções [14] para validação da consistência estatística das métricas adotadas.

Adicionalmente, são abordados aspectos como a assimetria das distribuições de retorno, medida por *skewness*, e a proposta de incorporação do risco inflacionário à metodologia. Por fim, é apresentada uma tentativa de simulação de choque realista na curva *forward* do submercado Nordeste (FWD NE), como forma de testar a sensibilidade da ferramenta a eventos extremos.

As subseções a seguir detalham cada uma dessas etapas, apresentando os fundamentos teóricos, as decisões de modelagem adotadas e os resultados preliminares obtidos ao longo do desenvolvimento.

1. Cálculo da Volatilidade de Cada Vértice via GARCH(1,1)

A primeira etapa da metodologia consiste na estimativa da volatilidade condicional associada a cada vértice temporal do portfólio de negociação. Para isso, foi utilizado o modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* - GARCH(1,1) amplamente empregado na modelagem de séries financeiras com heterocedasticidade condicional.

A variância condicional esperada no tempo t , denotada por σ_t^2 , é calculada com base na seguinte especificação:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2$$

Onde:

1. σ_t^2 : variância condicional no instante t ;
2. ε_{t-1}^2 : erro quadrático do período anterior (no entanto adota-se previsão do retorno nula – retorno de longo prazo, normalmente);

3. ω : constante que representa a volatilidade de longo prazo;
4. α : coeficiente que mensura o impacto de choques recentes no retorno;
5. β : coeficiente que captura a persistência da volatilidade ao longo do tempo.

Para a calibragem dos valores α e β , foram adotados intervalos de valores que, embora garantam a maior importância dos retornos mais recentes, mantém a estabilidade da formulação:

- $\alpha \in [0,05, 0,10]$
- $\beta \in [0,80, 0,95]$
- $\alpha + \beta \in [0,95, 0,99]$

2. Cálculo da Matriz de Covariância via DCC-GARCH

Considerando que as correlações entre os diferentes vértices temporais do portfólio também variam ao longo do tempo, em função de choques e dinâmicas inerentes ao próprio mercado, optou-se pela utilização do modelo *Dynamic Conditional Correlation* - DCC-GARCH para a estimação da matriz de covariância condicional.

Essa abordagem permite capturar, de maneira dinâmica, a evolução das interdependências entre os ativos, preservando a estrutura de heterocedasticidade condicional das séries e garantindo uma representação mais realista do risco conjunto.

O modelo é construído em três etapas principais:

1. Estimativa da matriz de covariância não normalizada:

$$Q_t = (1 - a - b) \cdot \bar{Q} + a \cdot z_{t-1} \cdot z_{t-1}^T + b \cdot Q_{t-1}$$

2. Normalização da matriz de covariância para obter a matriz de correlação condicional:

$$R_t = \text{diag}(Q_t)^{-1/2} \cdot Q_t \cdot \text{diag}(Q_t)^{-1/2}$$

3. Cálculo da matriz de covariância condicional final:

$$\Sigma_t = D_t \cdot R_t \cdot D_t$$

Onde:

- z_t : o vetor de resíduos padronizados no tempo t ;
- Q_t : representa a matriz de covariância não normalizada;
- $\bar{Q}$: é a média histórica dos produtos $z_{t-1} \cdot z_{t-1}^T$;
- a e b : são parâmetros de calibração que definem a sensibilidade do modelo a choques recentes e à persistência das correlações, respectivamente;
- R_t : é a matriz de correlação condicional;
- D_t : é a matriz diagonal composta pelas volatilidades $\sigma_{i,t}$, estimadas individualmente via GARCH(1,1);
- Σ_t : é a matriz de covariância condicional no instante t .

A adoção do modelo DCC-GARCH representa um avanço em relação aos métodos tradicionais de correlação estática, permitindo a incorporação explícita de variabilidade temporal nas dependências entre ativos, o que é especialmente relevante no contexto do mercado de energia elétrica brasileiro, sujeito a oscilações estruturais e sazonais.

3. Distribuição de Probabilidades

No contexto do mercado de energia elétrica, o comportamento dos preços apresenta características estatísticas que se afastam significativamente da suposição de normalidade, tais como caudas pesadas, assimetria e presença de choques abruptos. Essa evidência empírica torna inadequada a utilização de uma distribuição Normal para modelagem dos retornos, especialmente quando aplicada a métricas de risco como o *Value at Risk* (VaR) paramétrico.

A adoção da distribuição normal implicaria em uma subestimação do risco, particularmente nos extremos da distribuição, o que comprometeria a efetividade das métricas de capital e a gestão de risco dos portfólios. Portanto, nesta metodologia optou-se por empregar uma distribuição mais aderente ao comportamento observado dos dados históricos, como a distribuição t-Student, a ser detalhada na próxima seção.

Essa escolha permite capturar de forma mais realista a probabilidade de eventos extremos, que são recorrentes em um mercado exposto a variáveis hidrológicas, regulatórias e operacionais como o brasileiro.

3.1. Escolha e Formulação da Distribuição t-Student

Dada a inadequação da distribuição normal para representar a dinâmica dos retornos de preços de energia, especialmente no que diz respeito à ocorrência de eventos extremos, adotou-se a distribuição t-Student como base para a modelagem probabilística dos retornos do portfólio.

A distribuição t-Student é particularmente apropriada em contextos de elevada volatilidade e caudas pesadas, características frequentemente observadas nos dados de mercado. Sua função densidade de probabilidade é definida por:

$$f_v(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{v \cdot \pi} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

Onde:

- v : representa os graus de liberdade da distribuição, podendo ser ajustado por meio de máxima verossimilhança, sendo $v \in [6, 9]$, refletindo a espessura das caudas;
- $\Gamma(\cdot)$: é a função gama

A parametrização dos graus de liberdade afeta diretamente a espessura das caudas: valores menores de v produzem distribuições com caudas mais pesadas, oferecendo uma representação mais conservadora e realista do risco.

Para o cálculo das métricas de risco, como o *Value at Risk* (VaR) e o *Conditional Value at Risk* (CVaR), utilizamos o quantil da distribuição t-Student, definido por:

$$q_v(\alpha) = t.ppf(\alpha, v)$$

Onde:

- $t.ppf(\alpha, v)$ é a função quantil inversa da t-Student, ou seja, o valor x tal que a probabilidade acumulada até x seja igual a α , para um determinado v .

Essa abordagem permite incorporar de forma mais robusta a incerteza associada a eventos extremos.

Embora outras distribuições com caudas pesadas também possam ser utilizadas para a modelagem de retornos, como a distribuição logística, a distribuição t-Student apresenta vantagens relevantes no contexto da gestão de risco. Ambas são simétricas e leptocúrticas, mas a t-Student permite calibrar explicitamente a espessura das caudas por meio do parâmetro de

graus de liberdade, proporcionando maior flexibilidade na representação de cenários de perda severa.

Além disso, apesar de a distribuição logística apresentar simplicidade de implementação devido à sua função quantil analítica, ela tende a subestimar a magnitude de eventos extremos em comparação à t-Student. Por exemplo, ao nível de confiança de 99,9%, a distribuição logística aumenta o VaR em cerca de 23% em relação à normal, enquanto a t-Student com nove graus de liberdade eleva esse valor em aproximadamente 58% [15], uma diferença significativa em aplicações de risco (justamente em um valor próximo àqueles utilizados na calibragem dos vértices das curvas *forward* da BBCE).

Assim, a escolha pela t-Student justifica-se pela sua maior aderência empírica e capacidade de captar riscos extremos com maior precisão, o que a torna mais adequada para modelagens voltadas à mensuração de risco de mercado.

3.2. Matrizes de Holding Period

A matriz de Holding Period define os prazos nos quais cada vértice de cada ativo pode ser normalmente negociado em mercado, sendo uma componente fundamental na mensuração do risco em contextos de liquidez limitada. A metodologia proposta considera três tipos distintos de matrizes:

- **Matriz Uniforme:** Utilizada exclusivamente para fins comparativos e de análise de sensibilidade, esta matriz atribui um *Holding Period* fixo de 5 dias úteis (DU) para todos os produtos e vértices, desconsiderando heterogeneidades de mercado. Não será aplicada na metodologia oficial de cálculo de risco;

- **Matriz de Base:** Será a primeira matriz implementada no modelo. Seus valores são definidos com base na liquidez típica de mercado, por produto e vértice, sem considerar particularidades do agente como volume de exposição ou classificação de crédito. Essa matriz permite capturar um padrão médio e objetivo de liquidez, sendo adequada como base inicial;
- **Matriz Individual:** A ser implementada em uma segunda fase, esta matriz incorpora características específicas de cada agente. O *Holding Period* será ajustado de forma a refletir não apenas a liquidez histórica do produto, mas também: i) a liquidez corrente de mercado; ii) o volume de exposição do agente; iii) sua classificação de risco de crédito.

O Holding Period será, portanto, diretamente proporcional ao volume negociado e inversamente proporcional à qualidade de crédito do agente, proporcionando uma visão mais granular e customizada dos riscos de liquidez e de crédito.

Assim como os parâmetros de risco e as matrizes de covariância, as matrizes de *Holding Period* devem ser recalibradas periodicamente:

- A Matriz de Base, a cada 6 meses, com base na observação de padrões de negociação;
- A Matriz Individual, em tempo real, conforme disponibilidade de dados operacionais da plataforma e indicadores de mercado.

Para vértices ou produtos com ausência de dados de liquidez oriundos da plataforma da BBCE, recomenda-se uma das abordagens abaixo:

- Classificação como produto não líquido, atribuindo-se Holding Period equivalente ao prazo até o vencimento do contrato;
- Definição colaborativa, com base em processo de contribuição de agentes de mercado, nos moldes da metodologia de formação da curva forward.

4. Cálculo da Variância do Portfólio – Teoria de Markowitz com Matriz de Holding Periods

A variância do portfólio, que representa o risco total associado à combinação dos ativos, foi calculada com base na Teoria de Markowitz, incorporando explicitamente os diferentes prazos de exposição (*holding periods*) para cada vértice temporal.

A fórmula utilizada é a seguinte:

$$\sigma_p^2 = W^T \cdot D_{HP}^{-\frac{1}{2}} \cdot \Sigma_t \cdot D_{HP}^{\frac{1}{2}} \cdot W$$

Onde:

- W : é o vetor das exposições do portfólio de energia esperadas para cada vértice respeitando o seu respectivo sinal (positivo para *long*, negativo para *short*);
- Σ_t : matriz de covariância condicional no instante t , estimada via modelo DCC-GARCH;
- D_{HP} : matriz diagonal contendo os *holding periods* expressos em dias úteis para cada ativo/vértice.

Na matriz W , entende-se por exposição de cada vértice o valor energético total de compras (MWh) multiplicado pelo seu respectivo valor de mercado (R\$/MWh) ou ponto da curva *forward*, subtraído pelo valor energético total de vendas e multiplicado pelo seu respectivo valor de

mercado.

A inclusão da matriz de *holding periods* permite ajustar a variância do portfólio conforme o tempo real de permanência dos ativos na carteira, refletindo de forma mais precisa o risco acumulado e a liquidez do portfólio ao longo do tempo.

Esse ajuste temporal é fundamental para que a avaliação de risco seja alinhada com os horizontes reais de exposição e, conseqüentemente, para a correta precificação e gestão dos riscos financeiros.

Com a variância do portfólio calculada, essa medida é utilizada como parâmetro na distribuição t-Student aplicada ao portfólio para o cálculo das métricas de risco subsequentes.

5. Cálculo do VaR e do CVaR

Com a calibragem dos parâmetros realizada e a adoção da distribuição t-Student para representar os retornos do portfólio, o cálculo do *Value at Risk* (VaR) é efetuado da seguinte maneira:

$$VAR_{\alpha} = q_v(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{v-2}{v}} \cdot \sigma_p$$

Onde:

- $q_v(\alpha)$: é o quantil da distribuição t-Student com v graus de liberdade para o nível de confiança α ;
- σ_p : é a volatilidade do portfólio, calculada conforme a Teoria de Markowitz com matriz de *holding periods*.

Em seguida, calcula-se o *Conditional Value at Risk* (CVaR), também conhecido como *Expected Shortfall*, que representa o valor esperado da

perda em casos que excedem o VaR, sendo uma métrica mais conservadora e informativa para análise de risco.

$$CVAR_{\alpha} = \frac{\nu + q_{\nu}(\alpha)^2}{\nu - 1} \cdot \frac{f_{\nu}(q_{\nu}(\alpha))}{1 - \alpha} \cdot \sqrt{\frac{\nu - 2}{\nu}} \cdot \sigma_p$$

Onde:

- $f_{\nu}(q_{\nu}(\alpha))$: é a função densidade da t-Student avaliada no quantil $q_{\nu}(\alpha)$;
- α : o nível de confiança adotado (95%)

Essas métricas, combinadas, oferecem uma visão abrangente do risco do portfólio, considerando tanto o limite máximo de perda esperado quanto o comportamento esperado em eventos adversos extremos.

6. Limites Regulatórios do PLD

Os preços de mercado são diretamente influenciados pelos Preços de Liquidação das Diferenças (PLDs), os quais possuem limites regulatórios que não podem ser ultrapassados quando se aplicam choques nos modelos de risco.

Dessa forma, torna-se necessário truncar a distribuição t-Student [16] para garantir que os valores simulados fiquem dentro dos limites estabelecidos. Essa truncagem é feita conforme as seguintes fórmulas:

$$f_{trunc}(x) = \frac{f_t(x)}{F_t(b) - F_t(a)}$$

$$F_{trunc}(x) = \frac{F(x) - F(a)}{F_t(b) - F_t(a)}$$

Onde:

- $x \in [a, b]$;
- $f_t(x)$: função densidade da distribuição t-Student;
- $F_t(x)$: função de distribuição acumulada da t-Student;
- $a = \frac{PLD_{min} - P_t}{P_t}$: limite inferior do PLD, ajustado para a escala dos retornos;
- $b = \frac{PLD_{max} - P_t}{P_t}$: limite superior do PLD, ajustado para a escala dos retornos;
- P_t : preço de mercado atual do vértice, ou o preço atual ponderado pelas exposições financeiras.

Essa abordagem garante que as amostras geradas respeitem os limites regulatórios do PLD, evitando a superestimação de riscos e assegurando a consistência com as restrições impostas pelo setor.

7. Backtesting

O alinhamento do apetite ao risco da empresa com a metodologia adotada para mensuração é fundamental e deve ser comprovado por meio de backtests regulares.

O backtest consiste em:

- Avaliar a capacidade da métrica de risco em prever perdas dentro do intervalo de confiança estipulado;
- Verificar se a frequência de exceções observadas (retornos que excedem o VaR) está em concordância com o nível de confiança escolhido;
- Ajustar e recalibrar o modelo conforme necessário para garantir que a metodologia permaneça consistente com o perfil de risco da

empresa.

A Figura 9 ilustra o resultado de um exemplo de backtest aplicado ao vértice M+1 de sudeste convencional disponibilidade na ferramenta BBCE-Risk em anexo a este relatório.

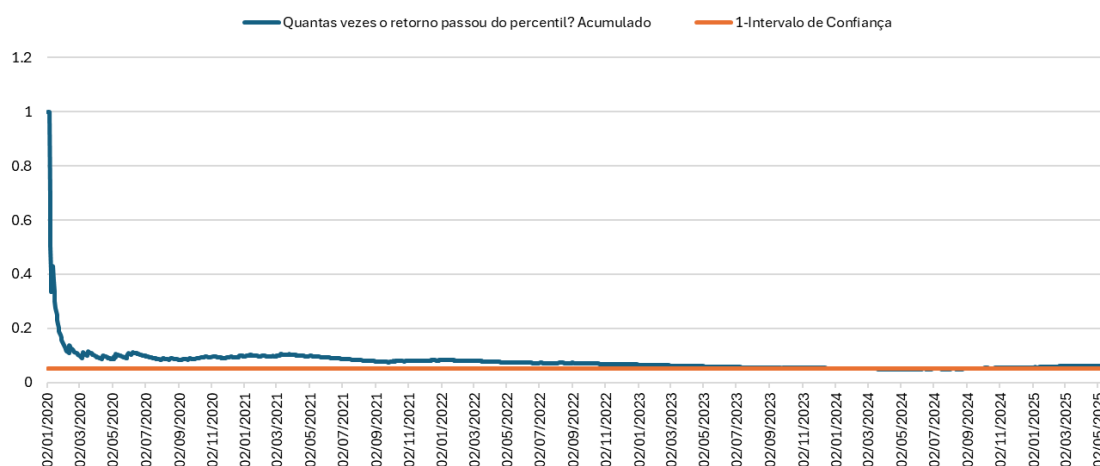


Figura 9 - Exemplo de Backtest de Exceções Aplicado a M+1 Sudeste Convencional.

Reforçando-se a importância de tais monitoramentos da metodologia, o Comitê de Basileia [17], em 1996, publicou um marco regulatório oficial que vinculou o resultado do *backtesting* a exigências prudenciais de capital, estabelecendo limites numéricos de exceções em 250 observações e intervalo de confiança de 99%.

Neste marco, convencionou-se que um modelo de risco adequado deve ter entre 0 e 4 exceções em uma amostra de 250 observações para ser considerado adequado, enquanto aquele modelo que possui 10 ou mais exceções é inadequado. A zona entre 5 e 9 exceções é considerada intermediária e enseja maior aporte de capital.

Como forma de trazer maior rigor técnico e alinhar ainda mais as medidas de calibragem desta metodologia às boas práticas internacionais, a etapa de *backtesting* passará por duas etapas combinadas, quais sejam:

- Método de Kupiec [18]: Teste da cobertura incondicional da

metodologia, isto é, se a proporção de violações ou exceções observadas é compatível com o nível de confiança adotado para o *Value at Risk*;

- Método de Christoffersen [19]: Amplia o Método de Kupiec ao testar a independência temporal das exceções, formando o teste de cobertura condicional.

7.1. **Método de Kupiec**

O Método de Kupiec verifica se a frequência de violações do VAR, isto é, os dias em que a perda realizada ultrapassou o valor previsto, é compatível com o intervalo de confiança do modelo.

Deve-se definir a variável indicadora de exceções para o nível de significância α :

$$E_t = \begin{cases} 1, & \text{se a perda } L_t > VAR_t^{1-\alpha} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Considerando-se que N é o número de observações do teste e se definindo as variáveis x , p e $\hat{p}$ abaixo:

$$\begin{aligned} x &= \sum_{t=1}^N E_t \\ p &= \alpha \\ \hat{p} &= \frac{x}{N} \end{aligned}$$

A razão de verossimilhança [20] é dada por:

$$LR_{uc} = -2 \cdot \ln \left[\frac{(1-p)^{N-x} \cdot p^x}{(1-\hat{p})^{N-x} \cdot \hat{p}^x} \right]$$

No teste de Kupiec, compara-se a verossimilhança do modelo restrito,

em que a probabilidade de exceção é fixada no valor teórico do VAR ($p = \alpha$), com a do modelo irrestrito, em que essa probabilidade é estimada livremente pelos dados ($\hat{p} = x/N$). A estatística de razão de verossimilhança LR_{uc} mede o quanto os dados favorecem o modelo irrestrito em relação ao restrito.

Sob a hipótese nula, o Teorema de Wilks [20] garante que, em amostras grandes, LR_{uc} segue uma distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Isso significa que diferenças entre os dois modelos podem ser explicadas apenas pela variabilidade amostral natural, e não por uma calibração incorreta do VAR.

É fundamental distinguir entre dois conceitos que frequentemente se confundem. O primeiro é o nível de confiança do VAR (α), que define a frequência teórica de falhas. O segundo é o nível de significância do teste estatístico (γ), usado para definir a regra de rejeição da Hipótese Nula. A boa prática na literatura acadêmica e na prática de mercado é adotar $\gamma = 5\%$, o que implica comparar LR_{uc} com o valor crítico $\chi^2_{0,95}(1) \sim 3,84$. Assim, se $LR_{uc} < 3,84$, não é rejeitada a Hipótese Nula e se conclui que a frequência de exceções está de acordo com a metodologia de risco.

Além disso, é importante notar que o Comitê de Basileia [17] não recomenda explicitamente um nível de significância para o teste de Kupiec. Em vez disso, adota um critério regulatório baseado diretamente no número de exceções em 250 observações, conforme citado anteriormente.

7.2. Método de Christoffersen

O Método de Christoffersen foi desenvolvido para superar uma limitação do Método de Kupiec. Enquanto o segundo avalia apenas se o número total de falhas está de acordo com o esperado para um VAR calibrado, este não verifica como essas falhas estão distribuídas no tempo, algo que o primeiro

busca realizar.

Na prática, dois modelos distintos de mensuração de riscos podem produzir a mesma quantidade de violações, mas com padrões muito distintos de concentração de falhas.

Considerando as Exceções E_t já definidas no item anterior, para avaliar a independências das falhas, é modelada a sequência (E_t) como uma cadeia de Markov de primeira ordem [21], isto é, a probabilidade de uma exceção depende apenas do estado no dia anterior. São basicamente 4 as transições modeladas:

- N_{00} : *Sem falha seguida de sem falha*;
- N_{01} : *Sem falha seguida de falha*;
- N_{10} : *Falha seguida de sem falha*;
- N_{11} : *Falha seguida de falha*.

As probabilidades condicionais estimadas de acordo com os dados históricos da amostra são:

$$\hat{p}_{01} = \frac{N_{01}}{N_{00} + N_{01}}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{N_{11}}{N_{10} + N_{11}}$$

A probabilidade incondicional estimada de acordo com os dados históricos da amostra é:

$$\hat{p} = \frac{N_{01} + N_{11}}{N_{00} + N_{01} + N_{10} + N_{11}}$$

Com uso das probabilidades calculadas, compara-se o modelo de

falhas independentes com o modelo da cadeia de Markov:

$$LR_{ind} = -2 \cdot \ln \left[\frac{(1 - \hat{p})^{N_{00} + N_{10}} \cdot \hat{p}^{N_{01} + N_{11}}}{(1 - \hat{p}_{01})^{N_{00}} \cdot (\hat{p}_{01})^{N_{01}} \cdot (1 - \hat{p}_{11})^{N_{10}} \cdot (\hat{p}_{11})^{N_{11}}} \right]$$

Novamente, sob a Hipótese Nula de independência, espera-se que LR_{ind} se aproxime da distribuição qui-quadrado de grau de liberdade 1.

A incorporação do Método de Kupiec ao explicado acima compõe efetivamente o Método de Christoffersen, avaliando simultaneamente frequência e independência de exceções, isto é:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

Com $LR_{cc} \sim \chi^2_{0,95}(2) \sim 5,99$, com 2 graus de liberdade atendendo tanto à restrição de frequência esperada como a restrição de independência.

Dessa forma, entende-se que se LR_{uc} supera $\chi^2_{0,95}(1)$, o modelo de riscos tem problemas de calibração de frequências de exceções. Caso LR_{ind} supere $\chi^2_{0,95}(1)$, o modelo de riscos tem problemas de independência entre as falhas. Já no caso em que LR_{cc} supera $\chi^2_{0,95}(2)$, o modelo é totalmente inadequado estatisticamente. Por fim, caso nenhum dos indicadores supere o valor estipulado, o modelo é consistente em termos de cobertura condicional.

8. Calibragem dos Parâmetros de GARCH e t-Student

A calibração dos parâmetros do modelo GARCH para cada vértice — ω , α e β — e dos graus de liberdade ν da distribuição t-Student será realizada por meio de otimização, com base no backtesting de exceções baseadas nos Métodos de Kupiec e de Christoffersen.

A metodologia adotada consiste em:

- Minimizar LR_{uc} , LR_{ind} e LR_{cc} , respeitando a não rejeição da Hipótese Nula;
- Minimizar a ocorrência de exceções, garantindo que a frequência de retornos que ultrapassem o VAR esteja próxima de $1 - \alpha$. Tal função objetivo é traduzida em equacionamento matemático ao se buscar minimizar a área entre as curvas da Figura 9 igualando o último ponto de calibragem ao nível de significância (α);
- Realizar recalibrações periódicas (a cada 6 meses, utilizando o histórico completo de forma acumulada) para acomodar possíveis mudanças nos regimes de volatilidade ou na dependência entre vértices;
- Para os parâmetros a e b do modelo DCC-GARCH, a mesma metodologia de calibração foi aplicada, considerando um portfólio uniforme.

Para a otimização dos parâmetros, diversas técnicas podem ser utilizadas respeitando-se a função objetivo descrita acima. Para fins de exemplificação na ferramenta “BBCE-Risk”, em anexo a esta nota técnica, foram utilizadas duas técnicas complementares:

- **CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) [22]:**
 - Otimização global baseada em estratégias evolutivas;
 - Explora o espaço de parâmetros do modelo GARCH, buscando regiões promissoras;
 - Mantém uma população de soluções que são amostradas por uma distribuição Gaussiana multivariada;
 - Atualiza adaptativamente a média, variância e covariância para focar nas regiões mais promissoras do espaço de busca.
- **L-BFGS-B (Limited-memory BFGS with Bounds) [23]:**

- Otimização local baseada em gradientes (quasi-Newton);
- Aplicada após a CMA-ES para refinar a melhor solução encontrada;
- Aproxima a Hessiana usando memória limitada e usa derivadas (ou aproximações) para buscar o mínimo local eficientemente;
- Permite definir limites para as variáveis durante a otimização.

9. Assimetria das Distribuições de Retorno e Skewness

As distribuições dos retornos financeiros frequentemente apresentam diferentes graus de assimetria, refletindo a predominância de caudas mais pesadas em um dos lados da média. Essa característica é especialmente relevante na modelagem de risco, uma vez que a presença de assimetrias pode indicar maior probabilidade de ocorrências extremas em determinada direção (perda ou ganho).

A medida estatística utilizada para quantificar esse fenômeno é o *Skewness* [24], ou coeficiente de assimetria, calculado da seguinte forma:

$$Skewness = \frac{1}{n} \cdot \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

Onde:

- x_i : representa o retorno observado;
- $\bar{x}$: o retorno médio da amostra;
- s : o desvio padrão amostral;
- n : o número de observações.

Interpretação:

- **Skewness > 0**: distribuição com cauda direita mais longa (assimetria positiva);

- **Skewness** < 0: distribuição com cauda esquerda mais longa (assimetria negativa);
- **Skewness** $\approx$ 0: distribuição aproximadamente simétrica.

Embora a distribuição t-Student seja uma escolha adequada para capturar caudas pesadas, ela pressupõe simetria. Em contextos em que os retornos apresentam assimetria significativa, pode ser mais apropriado o uso de distribuições que incorporem esse efeito, como a skewed-t distribution. A adoção desse modelo exige a introdução de um novo parâmetro — λ , que representa o grau de assimetria — o que torna o processo de calibração mais complexo.

A questão da assimetria foi parcialmente resolvida no procedimento de truncagem oriundos dos limites regulatórios de PLD, discutido no item 6 do Capítulo 2, sugerindo-se limitar o ajuste de assimetria a tal procedimento.

10. Metodologia de Avaliação de Risco da Inflação

Além dos riscos associados aos preços de energia, parte dos contratos do portfólio de negociação pode estar indexada à inflação, tipicamente aos índices IPCA ou IGPM, em determinados vértices temporais. Assim, torna-se necessário modelar o risco de inflação de forma isolada e integrada ao portfólio total.

A metodologia adotada baseia-se nas curvas *forward* de inflação derivadas dos preços referenciais da B3 para os seguintes instrumentos:

- DI x IPCA,
- DI x IGPM,
- DI Pré-fixado.

A partir dessas curvas, são estimados os retornos diários *forward*, que alimentam o cálculo da volatilidade das curvas de inflação para os respectivos índices. Essas medidas são, então, incorporadas ao modelo de risco por meio do cálculo da variância do portfólio parcial indexado à inflação.

10.1. Cálculo da Variância com Teoria de Markowitz

A variância do portfólio de inflação considera os diferentes horizontes de exposição (*holding periods*) para cada vértice, segundo a fórmula da Teoria de Markowitz:

$$\sigma_p^2 = W^T \cdot D_{HP}^{\frac{1}{2}} \cdot \Sigma_t \cdot D_{HP}^{1/2} \cdot W$$

Onde

- W : é o vetor de pesos de exposição por vértice;
- Σ_t : é a matriz de covariância entre os vértices das curvas *forward* de inflação;
- D_{HP} : é a matriz diagonal com os *holding periods*.

Os *holding periods* dos vértices pertencentes ao portfólio parcial de inflação são determinados até o vencimento de cada vértice.

10.2. Estimativa do VaR e CVaR de Inflação

A partir da variância calculada, estimam-se o *Value at Risk* (VaR) e o *Conditional Value at Risk* (CVaR) aplicados ao componente do portfólio exposto à inflação, assumindo uma distribuição normal:

$$VAR_{inf} = Z_{\alpha} \cdot \sigma_p \cdot P\&L_{inf}$$

$$CVAR_{inf} = \sigma_p \cdot \frac{\varphi(Z_\alpha)}{1 - \alpha} \cdot P\&L_{inf}$$

Onde:

- Z_α : quantil da normal padrão para o nível de confiança α ;
- $\varphi(Z_\alpha)$: valor da função densidade da normal padrão no ponto Z_α ;
- $P\&L_{inf}$: representa o lucro e prejuízo parcial associado à inflação.

11. Cálculo do risco combinado de inflação e energia

A combinação do risco de energia com a inflação é realizada através da soma quadrática dos riscos parciais de energia e de inflação.

12. Tentativa de “choque realista” na Forward do Nordeste (FWD NE)

Os preços futuros nos diferentes submercados não são homogêneos devido ao descolamento existente entre os PLDs dos submercados e o PLD do Sudeste, que é a principal referência na curva *forward* em função da maior liquidez deste produto no mercado.

Esse descolamento decorre de diferenças estruturais e operacionais entre as regiões. Dentre os principais fatores estão:

- As condições hidrológicas locais;
- O perfil específico de carga e oferta;
- A composição da matriz energética regional (predominância de usinas térmicas, eólicas ou hidrelétricas).

Nesse contexto, a sazonalidade torna-se um fator determinante para a modelagem do descolamento, uma vez que há padrões mensais relativamente estáveis para essas variáveis. Vale destacar que em alguns meses, certos submercados exibem forte correlação histórica entre o PLD horário do Sudeste e o descolamento. No entanto, tal correlação pode variar

significativamente de um ano para o outro¹³.

Dessa forma, propomos uma metodologia de regressão linear múltipla para estimar o descolamento de um submercado x com base no PLD do Sudeste, incorporando também variáveis sazonais e de regime de preço. Foram criadas variáveis adicionais chamadas *dummies*, que são variáveis fictícias utilizadas para capturar os efeitos sazonais e comportamentos não lineares durante os regimes de preços baixos.

A especificação do modelo proposto é:

$$Descolamento = \beta_0 + \beta_1 PLD_{SE} + \beta_2 D_{baixo} + \beta_3 (PLD_{SE} D_{baixo}) + \sum_{i=4}^{14} \beta_i M_i$$

Onde:

- PLD_{SE} : valor do PLD horário do Sudeste;
- D_{baixo} : variável *dummy* que indica um regime de baixo preço (1 se PLD baixo, 0 caso contrário);
- M_i : variáveis *dummy* mensais para capturar efeitos sazonais;
- β_i : coeficientes estimados por regressão.

12.1. Resultados empíricos (com base nos dados horários de PLD de 2020 a 2023 e aplicação para 2024–2025):

- **R² ajustado**: 0,7449 — cerca de 74% da variabilidade da variável dependente explicada pelo modelo;
- **Erro padrão**: 17,50 — considerado adequado dada a escala dos dados;
- **Amostra**: 1.152 observações — conferindo robustez estatística e significância aos coeficientes estimados.

¹³ O PLD do Sudeste serve como principal referência para o descolamento no primeiro mês da curva forward.

12.2. Recomendação sobre o Risco de Submercado

Apesar de o PLD do Sudeste ser referência para o descolamento no primeiro mês da curva *forward*, não existe uma curva *forward* oficial de PLD amplamente aceita pelo mercado. Assim, a projeção dos vértices subsequentes baseando-se apenas em regressões históricas não garante acurácia ou estabilidade, já que se trata de ajustar o futuro com base no passado.

A metodologia baseada em regressão linear múltipla se mostrou eficiente em momentos específicos, mas apresentou baixa capacidade de generalização e pouca robustez em condições de mercado variáveis, portanto, não se caracteriza como algo inequívoco.

Dessa forma, sugere-se manter a curva *forward* referência da BBCE para os submercados Nordeste, Norte e Sul), conforme a metodologia previamente estabelecida, com recalibração periódica dos parâmetros dos modelos GARCH, DCC e t-student individuais via *backtest* de exceções.

Adicionalmente, considerar-se-á o *penalty* de liquidez por meio da penalização via *holding period* (HP) oriunda dos dados de volumes negociados ou colaboração dos agentes conforme sugerido no 3.2 do Capítulo 2, refletindo o maior risco e menor liquidez dos submercados em relação ao Sudeste (i.e., HP (HP NE > HP SE)).

Capítulo 3

Ferramenta Protótipo

Com base na metodologia apresentada ao longo deste relatório, foi desenvolvida uma ferramenta protótipo para avaliação de risco de mercado aplicada aos portfólios de negociação de energia na plataforma da BBCE.

A ferramenta, construída em formato Excel, implementa os principais conceitos discutidos neste relatório. O objetivo do protótipo é permitir que agentes do mercado possam avaliar os riscos de amostras de seus próprios portfólios de maneira transparente e estruturada, inserindo os dados relevantes diretamente na planilha. A ferramenta realiza os cálculos automaticamente e apresenta os resultados consolidados de forma clara e acessível.

O arquivo Excel, “BBCE Risk” (Figura 10) encontra-se anexo a este relatório e está disponível para utilização imediata por parte dos interessados.

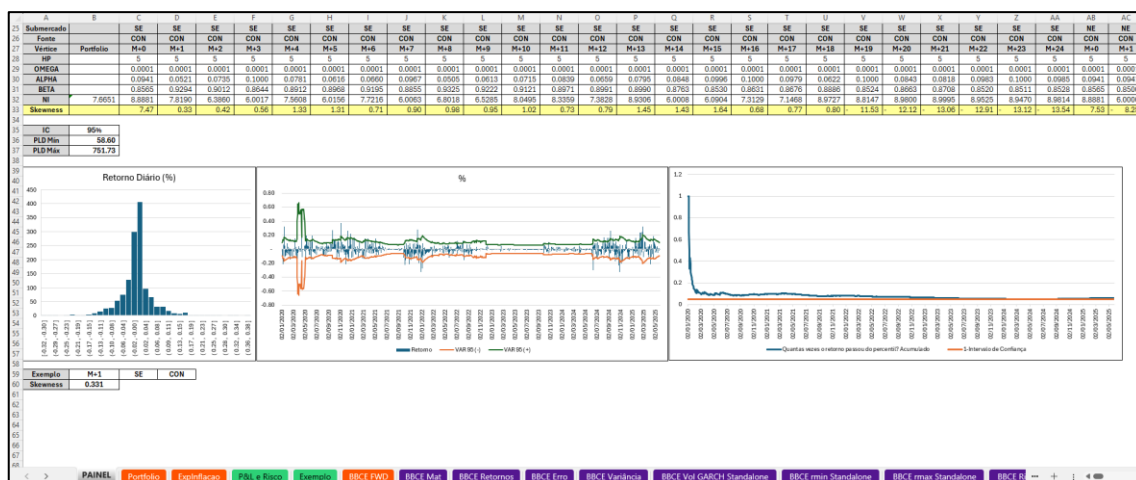


Figura 10 - Aba inicial da ferramenta BBCE Risk

Referências Bibliográficas

- [1] W. N. Silva, E. E. Rego, G. G. T. T. Vieira, and Louren, "An overview of Brazil's electricity market: Planning, dispatch models, pricing, and modernization," *Utilities Policy*, p. 102007, 2025.
- [2] M. R. Santos et al., "Machine Learning Approach for Trend Prediction to Improve Returns on Brazilian Energy Market," in *2022 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence (LA-CCI)*, 23-25 Nov. 2022 2022, pp. 1-6, doi: 10.1109/LA-CCI54402.2022.9981846.
- [3] A. McNeil, R. Frey, and P. Embrechts, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*. 2005.
- [4] H. F. Moralles, A. Sartoris Neto, and D. A. d. Nascimento Rebelatto, "Suposição de normalidade e gestão de risco: uma aplicação do var paramétrico via teste de aderência," *Revista Produção Online*, vol. 14, no. 2, pp. 430-447, 05/15 2014, doi: 10.14488/1676-1901.v14i2.1130.
- [5] J. Kisiala, "Conditional value-at-risk: Theory and applications," *arXiv preprint arXiv:1511.00140*, 2015.
- [6] R. T. Rockafellar and S. Uryasev, "Conditional value-at-risk for general loss distributions," *Journal of Banking & Finance*, vol. 26, no. 7, pp. 1443-1471, 2002/07/01/ 2002, doi: [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6).
- [7] H. Markowitz, "PORTFOLIO SELECTION*," *The Journal of Finance*, <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> vol. 7, no. 1, pp. 77-91, 1952/03/01 1952, doi: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>.
- [8] P. Jorion, "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk," 01/01 2000.
- [9] N. T. Thomopoulos, "Essentials of Monte Carlo simulation: Statistical methods for building simulation models," ed: Springer Science & Business

Media, 2012.

- [10] T. Bollerslev, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of econometrics*, pp. 307-327, 1986.
- [11] R. Engle, "Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models," *Journal of business & economic statistics*, pp. 339-350, 2002.
- [12] M. Ahsanullah, B. M. G. Kibria, and M. Shakil, "Student's t Distribution," in *Normal and Student's t* : Springer, 2014, pp. 51-62.
- [13] R. Li and S. Nadarajah, "A review of Student's t distribution and its generalizations," *Empirical Economics*, pp. 1461-1490, 2020.
- [14] T. Angelidis, A. Benos, and S. Degiannakis, "The use of GARCH models in VaR estimation," *Statistical methodology*, pp. 105-128, 2004.
- [15] J. M. Chen, "Comparing Student's t -Distribution with the Logistic Distribution," in *Postmodern Portfolio Theory: Navigating Abnormal Markets and Investor Behavior*: Springer, 2016, pp. 281-289.
- [16] W. Shaw, "Risk, VaR, CVaR and Their Associated Portfolio Optimizations When Asset Returns Have a Multivariate Student T Distribution," *SSRN Electronic Journal*, 02/28 2011, doi: 10.2139/ssrn.1772731.
- [17] S. Basel Committee on Banking, "Supervisory framework for the use of "backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements," Bank for International Settlements, Basel, 1996/01 1996. [Online]. Available: <https://www.bis.org/publ/bcbs22.htm>
- [18] P. H. Kupiec, "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," (in eng), *The Journal of Derivatives*, vol. 3, no. 3, pp. 73-84, 1995, doi: 10.3905/jod.1995.407942.
- [19] P. F. Christoffersen, "Evaluating Interval Forecasts," *International Economic Review*, vol. 39, no. 4, pp. 841-862, 1998, doi: 10.2307/2527341.
- [20] G. Casella and R. L. Berger, *Statistical Inference*, 2 ed. Pacific Grove, CA:

Duxbury, 2002.

[21] J. R. Norris, Markov Chains (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics). Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

[22] N. Hansen and A. Ostermeier, "Adapting arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The covariance matrix adaptation," presented at the Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation, 1996.

[23] R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu, "A limited memory algorithm for bound constrained optimization," SIAM Journal on scientific computing, pp. 1190-1208, 1995.

[24] K. Aas and I. H. Haff, "The generalized hyperbolic skew student's-t-distribution," Journal of financial econometrics, pp. 275-309, 2006.